Exercice 32 p 81

1) $d_1 \cap d_2 \equiv \begin{cases} x + 5y = 3 \\ 2y + z = 2 \\ x - y = 3 \\ 3x + z = -6 \end{cases} \cdots\cdots \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ ne vérifie pas la 4° équation

les 2 droites ne sont pas sécantes

leurs directeurs respectifs $\vec{v}(-5,1,-2)$ pour d_1 et $\vec{w}(1,1,-3)$ pour d_2 ne sont pas parallèles.

d_1 et d_2 sont donc gauches

2) les directeurs respectifs $\vec{v}(-2,0,3)$ et $\vec{w}(\frac{-2}{3},0,1)$ sont parallèles $\Rightarrow d_1 // d_2$

le point $A(0,5,-1) \in d_1$ et $\notin d_2$ $\Rightarrow$ les 2 droites sont // distinctes

3) $\vec{v}(3,2,4) // \vec{w}(12,8,16) \Rightarrow d_1 // d_2$

$P(4,-4,1) \in d_1$ et $\notin d_2$ $\Rightarrow$ les 2 droites sont // distinctes

4) $d_1 \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} \\ \frac{y}{-3} = \frac{z}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x+3 = 2y \\ -y = -3z \end{cases} \Leftrightarrow d_2$

les 2 droites sont confondues.

5) $d_1 \cap d_2 \equiv \begin{cases} -\lambda + 1 = \mu + 2 \\ 2\lambda = -3\mu - 4 \\ 3\lambda - 2 = -\mu - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ \mu = -2 \end{cases} \Rightarrow d_1 \cap d_2 = (0,2,1)$

Exercice 33 p 82

1) $\vec{v}(7,-2,-1)$ directeur de d_1 $\not\parallel$ $\vec{w}(-1,2,1)$ directeur de d_2

les 2 droites ne sont donc pas parallèles.

$d_1 \equiv \begin{cases} x = 7\lambda + 1 \\ y = -2\lambda - 3 \\ z = -\lambda - 1 \end{cases} \qquad d_2 \equiv \begin{cases} x = -\mu - 7/2 \\ y = 2\mu \\ z = \mu - 3/2 \end{cases}$

$d_1 \cap d_2 \equiv \begin{cases} 7\lambda + 1 = -\mu - 7/2 \\ -2\lambda - 3 = 2\mu \\ -\lambda - 1 = \mu - 3/2 \end{cases}$] incompatibles $\Rightarrow d_1 \cap d_2 = \emptyset$

les 2 droites sont gauches, et donc non coplanaires !

Exercice 33 p 82 (suite)

2) les 2 droites sont parallèles distinctes car leurs directeurs respectifs $\vec{v}(0,2,1)$ et $\vec{w}(0,-2,-1)$ sont parallèles ;
le point $P(2,-1,0) \in d_2$ et $\notin d_1$.
Elles déterminent donc un plan π
soit $Q(3,1,-3) \in d_1$
$\vec{v}(0,2,1)$ et $\vec{PQ}(1,2,-3)$ sont directeurs de π
$P(2,-1,0) \in \pi$

$$\Rightarrow \pi \equiv \begin{cases} x = 2 + \mu \\ y = -1 + 2\lambda + 2\mu \\ z = \lambda - 3\mu \end{cases} \Leftrightarrow \pi \equiv -8x + y - 2z = -17$$

Exercice 34 p 82

1) les vecteurs normaux $\vec{n_\alpha}(-2,1,3)$ et $\vec{n_\beta}(1,0,-5)$ ne sont pas //
$\Rightarrow$ les 2 plans sont sécants (en une droite $d \equiv \frac{x}{5} = \frac{y+6}{7} = z$

2) $\vec{n_\alpha}(1,3,-5)$ et $\vec{n_\beta}(-1,1,1)$ ne sont pas //
$\Rightarrow$ α et β sont sécants en une droite $d \equiv \frac{x+4}{2} = \frac{y-2}{1} = z$

3) $\vec{n_\alpha}(3,-2,1)$ et $\vec{n_\beta}(6,-4,2)$ sont // distincts
$\Rightarrow \alpha \cap \beta = \emptyset$

Exercice 35 p 82

1) on introduit les valeurs de x, y, z issues des équ. de d dans l'équation de π ; $\Rightarrow \lambda = 5/2$
ce qui donne $d \cap \pi = \{(1,-4,5)\}$ - un point

2) on égale les valeurs de x, y, z issues des 2 systèmes ; on obtient un système de 3 équ. à 3 inconnues
$\Rightarrow d \cap \pi = \{(-3,8,1)\}$ - un point.

Exercice 35 p 82 (suite)

3) m̂ raisonnement que pour 1), mais qui donne $0\lambda = 14$.
le système est impossible $\Rightarrow d \parallel \pi$ $(d \cap \pi = \emptyset)$

4) le système formé des 3 équations est indéterminé

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 & (E1) \\ -2x + y - 3z = 1 & (E2) \\ 3y + z = -1 \end{cases} \xrightarrow{2E1+E2} \begin{cases} -3y - z = 1 \\ -2x + y - 3z = 1 \\ 3y + z = -1 \end{cases}$$ identiques

il reste donc $\begin{cases} -3y - z = 1 \\ -2x + y - 3z = 1 \end{cases}$ càd une droite, incluse au plan.

Exercice 36 p 82

1) $\alpha \cap \beta \cap \gamma = \{(1,2,3)\}$

2) $\alpha \cap \beta \cap \gamma =$ droite $\equiv \begin{cases} x = 4z \\ y = z - 1 \end{cases}$

3) $\alpha \cap \beta \cap \gamma = \alpha = \beta = \gamma$ (les 3 plans sont confondus)

4) $\alpha \cap \beta \cap \gamma = \emptyset$ (les 3 plans n'ont pas d'$\cap$ communes)

5) $\alpha \cap \beta \cap \gamma = \emptyset$ (les 3 plans sont $\parallel$ distincts)
(vecteurs normaux parallèles)