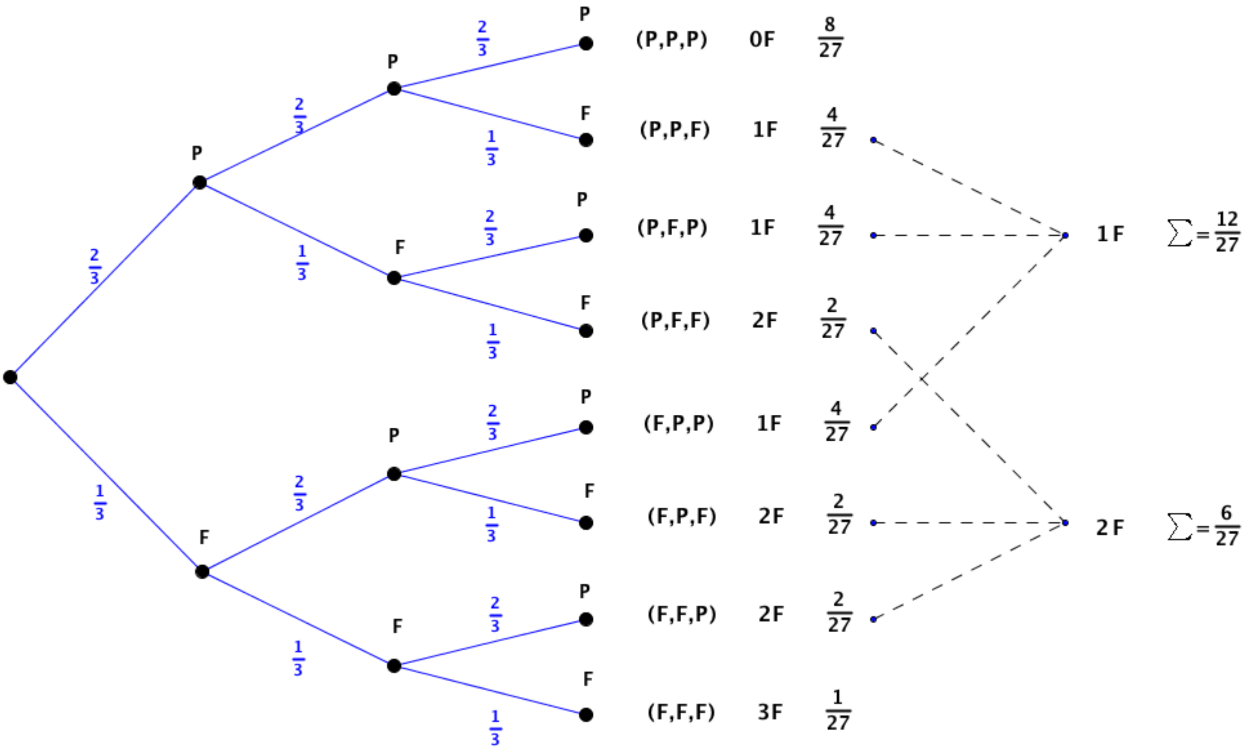
QUESTION 1

(1) $P(pile) = \frac{2}{3}$ et $P(face) = \frac{1}{3}$



(2)

Pour chaque branche finale, on fait le produit des pondérations des branches intermédiaires, les événements étant indépendants, par exemple :

$$\begin{aligned} P(3\,pile) &= P(pile\,1^{\text{er}}\,jet\;ET\;pile\,2^{\text{e}}\,jet\;ET\;pile\,3^{\text{e}}\,jet) \\ &= P(pile\,1^{\text{er}}\,jet)\cdot P(pile\,2^{\text{e}}\,jet)\cdot P(pile\,3^{\text{e}}\,jet) \\ &= \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{27} \end{aligned}$$

(3) Tableau de probabilités de la variable aléatoire :

nb face	0	1	2	3
probabilité	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

(4) P(au moins 1 fois face)=P(1 fois face ou 2 fois face ou 3 fois face)$=\frac{12}{27}+\frac{6}{27}+\frac{1}{27}=\frac{19}{27}$

(5) Espérance mathématique $= 0\cdot\frac{8}{27}+1\cdot\frac{12}{27}+2\cdot\frac{6}{27}+3\cdot\frac{1}{27}=\frac{25}{27}=0,925925925925926...$

En moyenne, en lançant 3 fois cette pièce de monnaie, on a 0,9259.... fois *pile*.

QUESTION 2

Dans cet exercice, l'ordre des lettres est important, et elles sont toutes distinctes ; les mots de passe sont donc des *arrangements simples.*

(1) Il y a $A_8^4 = 1680$ mots de passe distincts ; c'est donc suffisant pour les 729 élèves de l'école.

(2) Les 4 consonnes sont à prélever parmi les 5, soit $A_5^4 = 120$ mots de 4 consonnes.
P(mot de 4 consonnes)$=\dfrac{A_5^4}{A_8^4} = \dfrac{120}{1680} = 0,071428571428571...$

(3) Exactement 3 voyelles $\Leftrightarrow$ 3 voyelles (parmi 3) et 1 consonne (parmi 5).
Il y a 4 places possibles pour la consonne.
Le nombre de mots est donc $A_3^3 \cdot A_5^1 \cdot 4 = 120 \Rightarrow$ P(mot de 3 voyelles) $= \dfrac{120}{1680}$

(4) Au moins 1 voyelle $\Leftrightarrow$ 1V (parmi 3) et 3C (parmi 5) OU (2V et 2C) OU (3V et 1C)
$\Leftrightarrow \underbrace{A_3^1 \cdot A_5^3 \cdot 4}_{4\,positions\,V} + \underbrace{A_3^2 \cdot A_5^2 \cdot 6}_{6\,positions\,2V} + \underbrace{A_3^3 \cdot A_5^1 \cdot 4}_{4\,positions\,C} = 720 + 720 + 120 = 1560$

ou, autre raisonnement,
$\Leftrightarrow$ TOUS les mots sauf ceux ne contenant aucune voyelle
$\Leftrightarrow$ TOUS les mots sauf ceux ne contenant que des consonnes (ex1)
Soit 1680-120=1560

QUESTION 3

Dans cet exercice, l'ordre des questions est sans importance, et elles sont toutes distinctes ; les questionnaires sont donc des *combinaisons simples.*

(1) Il y a $C_{19}^3 = 969$ questionnaires distincts.

(2) 3 questions de géométrie parmi les 10, soit $C_{10}^3 = 120$ questionnaires exclusivement en géométrie.
P(3 questions de géométrie)$=\dfrac{C_{10}^3}{C_{19}^3} = \dfrac{120}{969} = 0,123839009287926...$

(3) 1 question dans chaque matière $\Leftrightarrow$ 1 géométrie (parmi 10) et 1 algèbre (parmi 5) et 1 trigonométrie (parmi 4).
$\Leftrightarrow C_{10}^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = 200 \Rightarrow$ P(1 question dans chaque matière) $= \dfrac{200}{969} = 0,542005420054201...$

(4) Aucune question de trigonométrie $\Leftrightarrow$ 3 questions dans les autres matières, soit 3 parmi 15, $C_{15}^3 = 455$ questionnaires sans trigonométrie.

P(questionnaire sans trigonométrie)$= \dfrac{455}{969} = 0,469556243550052...$