QUESTION 1

(1) P(garçon)=1-P(fille)=$\dfrac{3}{5}$

(2) Voir l'arbre de la question 1 de l'interrogation 1 (adapter la pondération de chaque branche aux données ci-dessus).

(3) On peut adapter les calculs de la question 1 de l'interrogation 1.
La variable aléatoire *nombre de filles sur les 3 enfants* est une variable aléatoire binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0,4$; on peut donc dresser le tableau suivant :

nb filles	probabilité
0	$C_3^0 \left(\frac{2}{5}\right)^0 \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125} = 0,216$
1	$C_3^1 \left(\frac{2}{5}\right)^1 \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{54}{125} = 0,432$
2	$C_3^2 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{36}{125} = 0,288$
3	$C_3^3 \left(\frac{2}{5}\right)^3 \left(\frac{3}{5}\right)^0 = \frac{8}{125} = 0,064$

(4) P(au moins 2 filles)=P(2 filles ou 3 filles)=$\dfrac{36}{125} + \dfrac{8}{125} = \dfrac{44}{125} = 0,354$

(5) Espérance mathématique $= np = 3 \cdot \dfrac{2}{5} = 1,2$

En moyenne, sur 3 enfants, on a 1,2 fille(s).

QUESTION 2

On peut "classer" les 45 numéros de la manière suivante : $45 \begin{cases} \text{6 bons} \\ \text{1 bonus} \\ \text{38 mauvais-non sortis au tirage} \end{cases}$

(1) (6 numéros sur 45) $\rightarrow C_{45}^6 = 8145060$

(2) (3 bons sur 6 et 1 bonus sur 1 et 2 mauvais sur 38)$\rightarrow C_6^3 \cdot C_1^1 \cdot C_{38}^2 = 14060$

(3) (0 bons sur 6 et 0 bonus sur 1 et 6 mauvais sur 38)$\rightarrow C_6^0 \cdot C_1^0 \cdot C_{38}^6 = 2760681$

QUESTION 3

On peut "classer" les 2 séries de numéros de la manière suivante :

$$50\begin{cases}5 \text{ bons}\\ 45 \text{ mauvais-non sortis au tirage}\end{cases} \quad \text{et } 9\begin{cases}2 \text{ bons}\\ 7 \text{ mauvais-non sortis au tirage}\end{cases}$$

(1) (5 numéros sur 50 et 2 * sur 9) $\rightarrow C_{50}^5 \cdot C_9^2 = 76275360$

(2) (3 bons sur 5 et 2 mauvais sur 45 et 2* sur 2 et 0* sur 7)$\rightarrow C_5^3 \cdot C_{45}^2 \cdot C_2^2 \cdot C_7^0 = 9900$

(3) (0 bons sur 5 et 5 mauvais sur 45 et 0* sur 2 et 2* sur 7)$\rightarrow C_5^0 \cdot C_{45}^5 \cdot C_2^0 \cdot C_7^2 = 25656939$

QUESTION 4

On peut "classer" les 2 séries de numéros de la manière suivante :

$$49\begin{cases}5 \text{ bons}\\ 44 \text{ mauvais-non sortis au tirage}\end{cases} \quad \text{et } 10\begin{cases}1 \text{ bons}\\ 9 \text{ mauvais-non sortis au tirage}\end{cases}$$

(1) (5 numéros sur 49 et 1 sur 10) $\rightarrow C_{49}^5 \cdot C_{10}^1 = 19068840$

(2) (5 numéros sur 49 et 1 sur 1) $\rightarrow C_{49}^5 \cdot C_1^1 = 1906884$

(3) (4 bons sur 5 et 1 mauvais sur 44 et 1 sur 1 et 0 sur 9)$\rightarrow C_5^4 \cdot C_{44}^1 \cdot C_1^1 \cdot C_9^0 = 229$

(4) (0 bons sur 5 et 5 mauvais sur 44 et 0 sur 1 et 1 sur 9)$\rightarrow C_5^0 \cdot C_{44}^5 \cdot C_1^0 \cdot C_9^1 = 9774072$

QUESTION 5

(1)
$$\begin{aligned}\left(2x-\frac{1}{x}\right)^6 &= \sum_{k=0}^{6} C_6^k \left(2x\right)^{6-k}\left(\frac{-1}{x}\right)^k\\
&= 1\left(2x\right)^6\left(\frac{-1}{x}\right)^0 + 6\left(2x\right)^5\left(\frac{-1}{x}\right)^1 + 15\left(2x\right)^4\left(\frac{-1}{x}\right)^2 + 20\left(2x\right)^3\left(\frac{-1}{x}\right)^3\\
&\quad + 15\left(2x\right)^2\left(\frac{-1}{x}\right)^4 + 6\left(2x\right)^1\left(\frac{-1}{x}\right)^5 + 1\left(2x\right)^0\left(\frac{-1}{x}\right)^6\\
&= \cdots\\
&= 64x^6 - 192x^4 + 240x^2 - 160 + \frac{60}{x^2} - \frac{12}{x^4} + \frac{1}{x^6}\end{aligned}$$

(2) $$\left(2x^2 - \frac{4}{x}\right)^5 = \sum_{k=0}^{5} C_5^k \quad (2x^2)^{5-k} \quad \left(\frac{-4}{x}\right)^k$$
$$= \sum_{k=0}^{5} C_5^k \quad 2^{5-k} \quad x^{10-2k} \quad (-4)^k \quad x^{-k}$$
$$= \sum_{k=0}^{5} C_5^k \quad 2^{5-k} \quad x^{10-3k} \quad (-4)^k$$

Pour le terme en x^1 il faut que $10 - 3k = 1$, c'est-à-dire $k = 3$.

Le terme cherché est donc $C_5^3 \quad 2^2 \quad (-4)^k \quad x^1 = 10 \cdot 4 \cdot (-64) \cdot x = -2560x$