QUESTION 1

(1) Liste ordonnée de p objets non nécessairement distincts choisis parmi n.

(2) Liste non ordonnée de p objets distincts choisis parmi n.

(3) Liste ordonnée de p objets distincts choisis parmi p.

Pour les exemples, voir notes de cours / livre.

QUESTION 2

$$(X - Y)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \, (-X)^{n-k} \, Y^k$$

QUESTION 3

$C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$

Démonstration voir notes de cours / livre.

QUESTION 4

(1) Ordre et pas de répétition (arrangement simple) $\longrightarrow A_7^5 = 2520$

(2) Ni ordre ni répétition (combinaison simple) $\longrightarrow C_7^5 = 21$

(3) Ordre et répétition (arrangement à répétition) $\longrightarrow 7^5 = 16807$

QUESTION 5

(1) Il faut cocher sans ordre ni répétition (combinaison simple) 5 chiffres sur 50 ET 2 chiffres sur 9
$\longrightarrow C_{50}^5 \cdot C_9^2 = 76275360$
Suite au tirage, les 50 numéros sont partagés entre 5 bons et 45 mauvais, de même les 9 numéros sont partagés entre 2 bons et 7 mauvais, les bons faisant partie du tirage, les autres non.

(2) Il fallait avoir coché 4 bons sur 5 ET 1 mauvais sur 45 ET 1 bon sur 2 ET 1 mauvais sur 7
$\longrightarrow C_4^5 \cdot C_{45}^1 \cdot C_7^1 \cdot C_2^1 = 3150$

QUESTION 6

cons	voy	cons	voy	ch	ch
20	6	20	6	9	8

$\longrightarrow 20 \cdot 6 \cdot 20 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 8 = 1036800$

QUESTION 7

(1) Le paquet de cartes peut être partagé entre 4 as, 4 rois, 4 dames et 20 autres cartes.
Il faut 2 as sur 4 ET 2 rois sur 4 ET 1 dame sur 4 ET 3 autres cartes sur 20

$$\rightarrow C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1 \cdot C_{20}^3 = 2674035$$

(2) Le paquet de cartes peut être partagé entre 4 as et 28 autres.
Au moins 2 as $\Leftrightarrow$ 2 as OU 3 as OU 4 as

$$\rightarrow \underbrace{C_4^2 \cdot C_{28}^6}_{\text{2 as sur 4 et 6 autres sur 28}} + \underbrace{C_4^3 \cdot C_{28}^5}_{\text{3 as sur 4 et 5 autres}} + \underbrace{C_4^4 \cdot C_{28}^4}_{\text{4 as sur 4 et 4 autres}} = 2674035$$

QUESTION 8

$$\begin{array}{|c|c|}\hline \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot \\ \hline\end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}\hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline\end{array} \rightarrow 2^6 = 64 \text{ caractères}$$

QUESTION 9

(1) $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 2 & c & c & c & c \\ 1 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ \hline\end{array} \rightarrow A_8^4 = 1860$

(2) $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 2 & 3 & c & c & c \\ 1 & 1 & 7 & 6 & 5 \\ \hline\end{array}$ ou $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & 2 & 3 & c & c \\ 7 & 1 & 1 & 6 & 5 \\ \hline\end{array}$ ou $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & c & 2 & 3 & c \\ 7 & 6 & 1 & 1 & 5 \\ \hline\end{array}$ ou $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & c & c & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 5 & 1 & 1 \\ \hline\end{array}$

$$\rightarrow A_7^3 + A_7^3 + A_7^3 + A_7^3 = 4 \cdot A_7^3 = 840$$

(3) $\left.\begin{array}{l} \text{5 positions possibles pour le 2} \\ \text{4 positions possibles pour le 3} \\ A_7^3 \text{ positions possibles pour les autres} \end{array}\right\} A_7^3 \cdot 5 \cdot 4 = 4200$

(4) $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & c & c & c & c \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ \hline\end{array} \rightarrow A_7^5 = 2520$

(5) $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 2 & c & c & c & c \\ 1 & 7 & 6 & 5 & 4 \\ \hline\end{array}$ ou $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & 2 & c & c & c \\ 7 & 1 & 6 & 5 & 4 \\ \hline\end{array}$ ou $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & c & 2 & c & c \\ 7 & 6 & 1 & 5 & 4 \\ \hline\end{array}$ ou $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & c & c & 2 & c \\ 7 & 6 & 5 & 1 & 4 \\ \hline\end{array}$

ou $\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline c & c & c & c & 2 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 1 \\ \hline\end{array}$ ou, idem mais avec 3 $\rightarrow 10 \cdot A_7^4 = 8400$

QUESTION 10

$$\begin{aligned}\left(2x^2-\frac{4}{x}\right)^5 &= \sum_{k=0}^{5} C_5^k\left(2x^2\right)^{5-k}\left(\frac{-4}{x}\right)^k\\ &= \sum_{k=0}^{5} C_5^k\left(2\right)^{5-k}\left(x\right)^{10-2k}\frac{(-4)^k}{x^k}\\ &= \sum_{k=0}^{5} C_5^k\left(2\right)^{5-k}\left(-4\right)^k\left(x\right)^{10-3k}\end{aligned}$$

Le terme en $x \rightarrow 10-3k=1 \rightarrow k=3$

Le terme cherché est donc $C_5^3\,2^2\,(-4)^3=-2560x$