DROITES et PLANS dans l'espace

ex1p76

1) a) $M(4,-2,3)$

b) $M(4,0,-3)$

2) $P = \pi \cap Ox$ $\quad P \in Ox \iff \begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases} \iff \begin{cases} -1+\mu=0 \\ 2-2\lambda-\mu=0 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} \mu=1 \\ \lambda=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \iff P\left(\frac{5}{2},0,0\right)$

$Q = \pi \cap Oy \qquad Q\left(0,\frac{5}{3},0\right)$

$R = \pi \cap Oz \qquad R(0,0,5)$

ex2p76

1) $\alpha \equiv \begin{cases} x = 1-\lambda+\mu \\ y=-2+\lambda+2\mu \\ z=-3\mu \end{cases} \iff \alpha \equiv x+y+z=-1$

2) $\alpha \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=-1+\mu \\ z=1+2\mu \end{cases} \iff \alpha \equiv 2y-z=-3 \quad (\alpha \parallel Ox)$

ex3p76

1) $\vec{PQ}(1,-9,-4)$ et $\vec{PR}(0,-5,1)$ sont 2 v. directeurs de α

$PQR \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=4-9\lambda-5\mu \\ z=5-4\lambda+\mu \end{cases} \iff PQR \equiv 29x+y+5z=29$

2) $\vec{PQ}(-2,6,1)$ et $\vec{PR}(-6,6,0)$ sont directeurs de α

remarquons que $\frac{1}{6}\vec{PR}(-1,1,0)$ est aussi directeur

$PQR \equiv \begin{cases} x=2-2\lambda-\mu \\ y=-1+6\lambda+\mu \\ z=1+\lambda \end{cases} \iff PQR \equiv x+y-4z=-3$

ex4 p76 il faut un 2ᵉ v. directeur ($\vec{AB}$ par exemple)

$\vec{AB}(1,2,-1)$

on peut ainsi exprimer que α passe par $A(2,-1,3)$ et a pour directeurs $\vec{AB}(1,2,-1)$ et $\vec{u}(3,-1,-4)$

$$\alpha \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda + 3\mu \\ y = -1 + 2\lambda - \mu \\ z = 3 - \lambda - 4\mu \end{cases} \Leftrightarrow \alpha \equiv -9x + y - 7z = -40$$

ex5 p76

1) $P \in \alpha \Leftrightarrow$ la coord de P vérifie les équ. de α

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2\lambda + \mu = 0 \\ 3\lambda + \mu = -1 \\ -\lambda + 3\mu = -1 \end{cases} \quad \ldots\ldots \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -2\lambda + \mu = 0 \\ 5\lambda = -1 \\ 5\lambda = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \mu = \frac{-2}{5} \\ \lambda = \frac{-1}{5} \end{cases}$$ donc $P \in \alpha$

2) $Q \in \alpha \Leftrightarrow$ la coord. de Q vérifie les équ. de α

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2\lambda + \mu = -3 \\ 3\lambda + \mu = -3 \\ -\lambda + 3\mu = -3 \end{cases} \quad \ldots \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -2\lambda + \mu = -3 \\ 5\lambda = 0 \\ 5\lambda = 24 \end{cases}$$ impossible

donc $Q \notin \alpha$