

Exercices loi binomiale

1

ex 8 $X = \text{"nb filles"}$ Bin $(10; \frac{1}{2})$

a) $P(X=2) = 0,0439$

b) $P(X \leq 2) = 0,0547$

c) $P(X \geq 2) = 0,9889$

ex 9 $X = \text{"nb patients avec gène actif"}$ Bin $(25; \frac{1}{2})$

a) $P(X \leq 15) = 0,9774$

b) $P(X=5) = 0,0016$; C_{25}^5 combinaisons possibles

ex 10 $X = \text{"nb nasses vides"}$ Bin $(25; 0,15)$

a) $P(X=3) = 0,2174$

b) C_{25}^2

ex 11 partie A a) 5 joueurs parmi 8 $\Rightarrow C_8^5 = 56$

b) Jean et 4 autres $\Rightarrow C_1^1 \cdot C_7^4 = 35$

$$P(\text{Jean joue}) = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}$$

partie B $X = \text{"nb matchs joués par Jean"}$ Bin $(3; \frac{5}{8})$

$$P(X=0) = 0,0527$$

$$P(X=1) = 0,2636$$

$$P(X \leq 1) = 0,3164$$

$$P(X \geq 2) = 0,6836$$

$$P(X=3) = 0,2441$$

ex 12 a) $X = \text{"nb de 6 sur 4 lancers"}$ Bin $(4; \frac{1}{6})$

$$P(X \geq 1) = 0,518$$

b) $X = \text{"nb doubles 6 sur 24 lancers"}$ Bin $(24; \frac{1}{36})$

$$P(X \geq 1) = 0,491$$

a) est donc plus probable

ex13 a) $X =$ "nb questions réunies" $\text{Bin}(12, \frac{1}{5})$

$$p(X \geq 8) = 0,0006$$

b) $\text{Bin}(12, \frac{1}{2})$ $p(X \geq 8) = 0,194$

c) $\text{Bin}(10, \frac{1}{5})$ $p(X \geq 6) = 0,0064$

ex14 $X =$ "nb machines vendues" $\text{Bin}(3; 0,6)$

a) $p(X=3) = 0,216$

b) $E(X) = 3 \cdot 0,6 = 1,8$

ex15 $X =$ "nb voitures vendues" $\text{Bin}(10; 0,05)$

loi de probabilité $p(X=k) = \binom{10}{k} (0,05)^k (0,95)^{10-k}$

faire tableau avec tableur...

$$E(X) = 0,5 \times 20 \text{ jours} \times 250 \text{ €} = 2500 \text{ €}$$

ex16 $X =$ "nb vis defectueuses par paquet de 10" $\text{Bin}(10; 0,01)$

$$P(X \geq 1) = 0,096, \text{ soit } 9,6\% \text{ des paquets vendus}$$

ex17 $X =$ "nb vaches à écarter" $\text{Bin}(n; 0,12)$

1) a) loi de probabilité $p(X=k) = \binom{n}{k} (0,12)^k (0,88)^{n-k}$

b) $E(X) = 0,12 n$

c) $V(X) = (0,12)(0,88)n = 0,1056 n$

d) $\sigma(X) = \sqrt{0,1056 n}$

2) calculer n puisque $p(X \geq 1) \geq 0,5$

$$\Leftrightarrow 1 - p(X=0) \geq 0,5$$

$$p(X=0) \leq 0,5$$

$$\binom{n}{0} (0,12)^0 (0,88)^n \leq 0,5$$

$$(0,88)^n \leq 0,5$$

$$n \geq 5,42$$

ex 18

$X = \text{"nb lancers"} \sim \text{Bin}(n; \frac{1}{6})$

$P(X \geq 1) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1 - P(X=0) \geq 0,9$

$P(X=0) \leq 0,1$

$C_n^0 (\frac{1}{6})^0 (\frac{5}{6})^n \leq 0,1$

$(\frac{5}{6})^n \leq 0,1$

$n \geq 12,6$

ex 19

a) $P(1 \text{ paire}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$X = \text{"nb paires sur 4 lancers"} \sim \text{Bin}(4; \frac{1}{6})$

b) loi de probabilité $P(X=k) = C_n^k (\frac{1}{6})^k (\frac{5}{6})^{n-k}$

$E(X) = 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

$\sigma(X) = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

c) $P(\text{Paul gagne la mise}) = P(X \geq 1) = 0,518$
→ jeu non équitable

ex 20

A) a) $P(\text{paquet sain}) = (0,95)^2 = 0,9025$

b) $X = \text{"nb paquets sains sur 10"} \sim \text{Bin}(10; 0,9025)$

loi de probabilité $P(X=k) = C_n^k (0,9025)^k (0,0975)^{n-k}$

c) $P(\text{lot accepté}) = P(X \geq 9) = 0,746$

B) $P(4 \text{ sains sans virus}) = (0,95)^4 = 0,8145$

$X = \text{"nb paquets sains sur 5"} \sim \text{Bin}(5; 0,8145)$

a) $P(\text{lot accepté}) = P(X \geq 4) = 0,767$

b) le choix est justifié.

ex 21

A) a) $p(\text{rouge ou orange}) = p(\text{rouge}) + p(\text{orange}) = \frac{25}{75} + \frac{5}{75} = 0,4$

$X = \text{"nb d'arrêts"} \sim \text{Bin}(6; 0,4)$

b) $P(X=0) = 0,047$

c) $p(X \leq 2) = 0,544$

d) tableau avec tableur...

évènement le plus probable = 2 arrêts.

B) $X = \text{"nb trajets sans arrêt"}$
 $p(0 \text{ arrêts}) = p(6 \text{ feux verts}) = \left(\frac{45}{75}\right)^6 = (0,6)^6 = 0,046656$

$\text{Bin}(6; 0,046\dots)$

$p(X=3) = 0,0009$

ex 22

$E(X) = n \cdot p = 2$

$V(X) = np(1-p) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 2 \cdot (1-p) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow p = \frac{1}{3}$ et donc $n = 6$

loi de probabilité $p(X=k) = \binom{6}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{6-k}$