

Exercices récapitulatifs

1/ chiffres 2, 4, 6, 8

liste ordonnée de 2 él. distincts parmi 4 $\Rightarrow A_4^2 = 12$

2/ liste ordonnée (fonction à chaque personne)

$$A_4^3 = 24$$

3/ liste non ordonnée $C_5^2 = 10$

4/ liste non ordonnée $C_5^3 = 10$

2 qui partent = 3 qui restent \Rightarrow m même nombre de groupements

propriété: $C_n^p = C_n^{n-p}$

5/ arrangement à répétition $26^4 = 456976$

L1	L2	L3	L4
26	26	26	26

6/ produit de facteurs = liste non ordonnée $(2 \times 3 = 3 \times 2) \Rightarrow C_5^3 = 10$

7/a) 5 lettres distinctes $\Rightarrow 5! - 1$ anagramme $(120 - 1) = 119$

b) 12 lettres dont 2 se répètent 2 fois

$$\Rightarrow \frac{12!}{2!2!} - 1$$

8/ arrangement simple

c1	c2	c3	c4
9	8	7	6

$$A_9^4 = 3024$$

9/ a)

L1	L2	L3	L4	L5	L6
26	25	24	23	22	21

 A_{26}^6

b)

L1	L2	L3	L4	L5	L6
26	26	26	26	26	26

 26^6

10/ il y a 20 consonnes et 6 voyelles

a)

V	L	L	L	L	L	L	C
6	24	23	22	21	20	19	20

$$6 \times A_{24}^6 \times 20$$

b)

V	L	L	L	L	L	L	C
6	26	26	26	26	26	26	20

$$6 \times 26^6 \times 20$$

Exercices récapitulatifs

11/ 6 signes $\left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ chiffres} \\ 24 \text{ lettres} \end{array} \right\}$ 34 signes possibles; plaque = liste ordonnée

a) $\boxed{S_1 | S_2 | S_3 | S_4 | S_5 | S_6}$
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{34} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{34} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{34} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{34} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{34} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{34} \rightarrow 34^6$

b) $\boxed{L | C | C | C | C | C}$ ou $\boxed{C | L | C | C | C | C}$ ou ... ou $\boxed{C | C | C | C | C | L}$
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{24} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10}$ $\underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{24} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10}$ $\underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{24}$

6 places possibles pour la lettre

$24 \cdot 10^5 \cdot 6$

c) $\boxed{L | L | \quad | \quad | \quad | \quad |}$ ou $\boxed{L | \quad | L | \quad | \quad | \quad |}$ ou ... $\boxed{\quad | \quad | \quad | \quad | L | L |}$

C_6^2 places possibles pour les 2 lettres

$24^2 \cdot 10^4 \cdot C_6^2$

d) $\boxed{L | L | L | C | C | C}$ $26^3 \cdot 10^3$
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{26} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{26} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{26} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{10}$

12/ $\boxed{\quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad |}$ 2^8
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_2 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_2$

13/ liste ordonnée de 3 signes distincts choisis parmi 5 (arrangement simple)
 A_5^3

14/ a) $A_6^4 = 360$

b) 60 commencent par 1 $\rightarrow 60 \times 1000$
 60 " " " " " " 2 $\rightarrow 60 \times 2000$
 60 " " " " " " 3 $\rightarrow 60 \times 3000$
 60 " " " " " " 4 $\rightarrow 60 \times 4000$
 60 " " " " " " 5 $\rightarrow 60 \times 5000$
 60 " " " " " " 6 $\rightarrow 60 \times 6000$ } 60×21000

en 2^e position (les centaines)

$$\begin{array}{l} 60 \times 1 \rightarrow 60 \times 100 \\ 60 \times 2 \rightarrow 60 \times 200 \\ 60 \times 3 \rightarrow 60 \times 300 \\ 60 \times 4 \rightarrow 60 \times 400 \\ 60 \times 5 \rightarrow 60 \times 500 \\ 60 \times 6 \rightarrow 60 \times 600 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 60 \times 1 \\ 60 \times 2 \\ 60 \times 3 \\ 60 \times 4 \\ 60 \times 5 \\ 60 \times 6 \end{array}} \right\} 60 \times 2100$$

idem pour 3^e position (les dizaines) et 4^e position (unités)
 60×210 60×21

15/ $C_{42}^6 \times 0,5 \in$

16/ liste ordonnée (rôle pour chaque personne) A_{10}^3

17/ 1 équipe =

5 G	et	4 F
-----	----	-----

 liste non ordonnée
 $C_{12}^5 \cdot C_{13}^4$

18/ liste non ordonnée C_{10}^3

19/ idem exercice 17 : $C_8^2 \cdot C_{12}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_{13}^2 \cdot C_{22}^2$

20/ liste ordonnée (importance de la position des couleurs) A_{10}^8

21/ ~~7~~ listes non ordonnées (moins de 8 cartes)

a) 4 as et 4 autres parmi 28 : $C_4^4 \cdot C_{28}^4$

b) 3 as et 5 autres " " : $C_4^3 \cdot C_{28}^5$

c) 1 as et 1 roi et 1 dame et 1 valet et 4 autres : $C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_{16}^4$
(sur 4) (sur 4) (sur 4) (sur 4) (sur 16)

22/ il y a A_9^4 nombres

a)

4	c	c	c
1	8	7	6

 A_8^3

b)

c	c	5	3
7	6	1	1

 A_7^2

c)

7	c	c	c
1	8	7	6

 +

c	7	c	c
---	---	---	---

 +

c	c	7	c
---	---	---	---

 +

c	c	c	7
---	---	---	---

 $4 \cdot A_8^3$

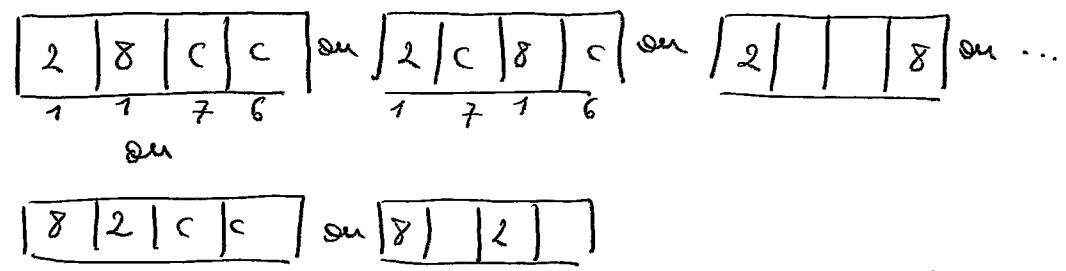
d) il reste donc 7 chiffres disponibles $\rightarrow A_7^2$

22/ e)

C_4^2 places pour les 2 chiffres

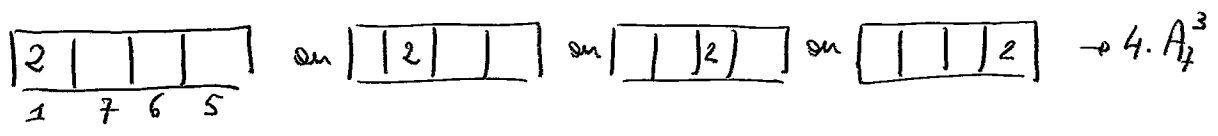
4

2 permutations



$\Rightarrow C_4^2 \cdot 2 \cdot A_7^2$

f) pas 8 \rightarrow reste 8 chiffres possibles



23/ Mots de 4 lettres distinctes $\rightarrow A_{26}^4$

a) A_{25}^3

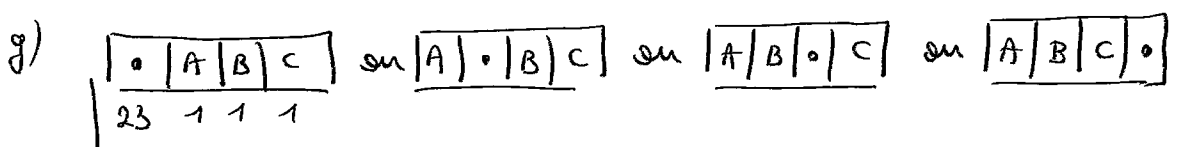
b) $A_{25}^3 \times 4$ (places pour P)

c) A_{24}^2

d) voir 22/e/ $C_4^2 \cdot 2 \cdot A_{24}^2$

e) $A_{24}^3 \cdot 4$ (places pour P)

f) reste 24 lettres possibles $\rightarrow A_{24}^4$



3! permutations de A, B, C

$4 \cdot 23 \cdot 3!$

h) $2 \cdot 23$

i) $2 \cdot 23 \cdot 3!$ (comme h, puis toutes les permutations de A, B, C)

24/ P1 : 13 etapes possibles
 P2 : 13 " "
 P3 : 13 " " } 13^3

25/ 6!

26/ liste s'ordonnée (enfant, jalour...) A_{10}^7

27/

28/ lire 4 livres Pour 1 : 4 livres possibles
 Pour 2 : " " "
 :
 Pour 7 : " " " } 4^7

29/ 4 disciplines \rightarrow 4! permutations des disciplines
 par discipline : 5! 4! 3! 2! permutations des livres
 de m^e discipline } $4! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2!$

30/ $\binom{21}{4} \cdot \binom{NT}{T}$ listes non s'ordonnées

a) 1T et 2 NT : $C_4^1 \cdot C_{21}^2$

b) au moins 1T = 1 ou 2 ou 3
 $C_4^1 \cdot C_{21}^2 + C_4^2 \cdot C_{21}^1 + C_4^3 \cdot C_{21}^0$

c) aucun T (\Rightarrow) 3 NT : C_{21}^3

d) 0 ou 1T : $C_{21}^3 \cdot C_4^0 + C_{21}^2 \cdot C_4^1$

31/ fenetre 1 : 12 symboles
 2 : 12 " "
 3 : 12 " " } 12^3

32/ a) 7! (voir livre p)

b) 7! \cdot 8 positions possibles pour la place vide.