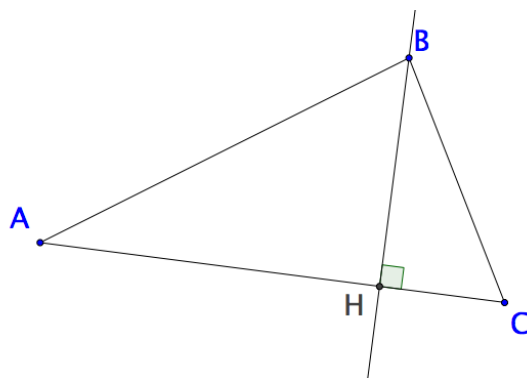


Trigonométrie

Donner et démontrer la formule du sinus d'une somme de 2 angles; **compléter le dessin ci-dessous avec les angles** que vous allez utiliser; bien préciser les 2 parties de la démonstration.



Énoncer les formules d'addition $\cos(a + b)$ et $\tan(a + b)$.
En déduire les formules de duplication $\cos 2a$ et $\tan 2a$.

(1) Placer $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

(2) Développer et calculer l'expression $\sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3} + x\right)$

On donne $\sin a = \frac{-3}{4}$ et $\cos b = \frac{9}{10}$; a est dans le troisième quadrant, b dans le quatrième. Calculer

(1) $\cos a$

(2) $\sin b$

(3) $\cos(a - b)$

Sans calculatrice, et en s'aidant éventuellement du cercle trigonométrique pour l'angle 135° , calculer

$$\cos(45^\circ + a) - \sin(a - 135^\circ)$$

On donne $a = \frac{\pi}{4}$ et $\tan b = -2 + \sqrt{3}$, avec $b \in]-\frac{\pi}{2}, 0[$.

(1) Représenter a et b sur le cercle trigonométrique.

(2) Calculer $\tan(a - b)$

(3) En déduire la valeur de b .

Vérifier les identités suivantes :

$$(1) \frac{\tan x - \tan y}{\tan x + \tan y} = \frac{\sin(x - y)}{\sin(x + y)}$$

$$(2) \sin(a - b) \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos(a - b) = \sin a$$

$$(3) \sin\left(\frac{\pi}{3} - a\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} + a\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} + a\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - a\right) = 1$$

Résoudre l'équation suivante et donner toutes les solutions dans l'intervalle $[0, 2\pi[$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

Suites et limites de suites

Compléter le tableau comparatif suivant en le recopiant sur la feuille d'examen

	suite arithmétique (u_n) de raison r	suite géométrique (u_n) de raison q
formule de récurrence		
terme général		
raison à partir de 2 termes consécutifs		
raison à partir de 2 termes quelconques u_p et u_s ($p < s$)		
somme des n premiers termes		

On donne les premiers termes d'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ $4; \frac{-4}{3}; \frac{4}{9}; \dots$

- (1) Calculer la formule de récurrence (u_{n+1} en fonction de u_n)
- (2) Calculer le terme général (u_n en fonction de n)
- (3) Calculer la somme des 100 premiers termes

Soit la suite des nombres naturels dont l'écriture se termine par 0 ou par 5.

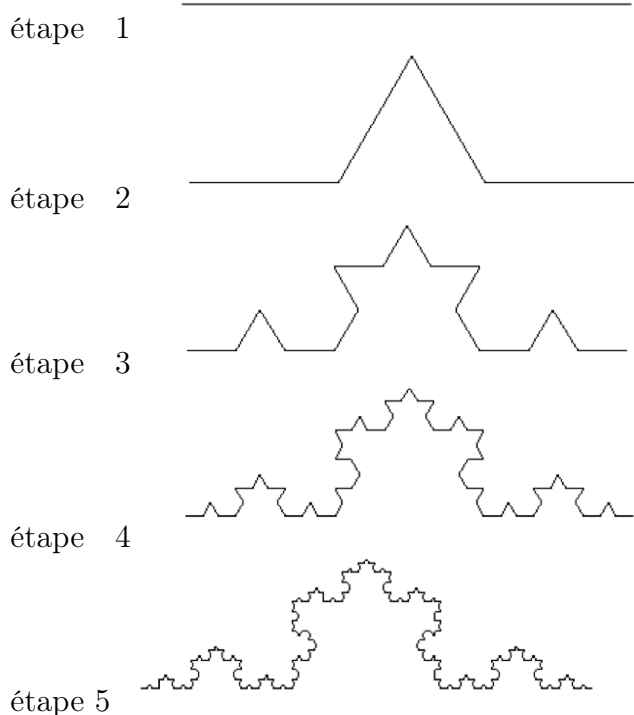
- (1) Calculer la formule de récurrence
- (2) Calculer le terme général
- (3) Calculer la somme des 100 premiers termes

Une horloge sonne toutes les heures (1 coup à 1 heure, 2 coups à 2 heures, ,12 coups à midi, 1 coup à 13 heures, 2 coups à 14 heures, ... , 12 coups à minuit).

Quel est le nombre de sons de cloche entendus en 1 année (non bissextile)?

Expliciter le raisonnement (la réponse finale ne suffit pas).

La ligne fractale de Von Koch ...



Construction de la ligne:

On prend un segment de longueur 1; on le partage en 3 segments de même longueur, et on construit un triangle équilatéral sur le segment central; et ainsi de suite sur chaque nouveau segment.

Pour chaque étape n , on s'intéresse à 3 suites :

- (1) la suite C_n représentant le nombre de côtés de la courbe à l'étape n
- (2) La suite L_n représentant la longueur d'un côté à l'étape n
- (3) La suite P_n représentant la longueur totale de la courbe à l'étape n

... et ainsi de suite (c'est le cas de le dire).

Pour chacune de ces 3 suites, C_n, L_n, P_n , compléter le tableau suivant (le reproduire sur la feuille d'examen)

n	C_n	L_n	P_n
1			
2			
3			
4			
5			
n			
type de suite			
raison			
limite			

Pour les lignes 1 à 5, mettre les réponses sous forme de fraction, ce sera plus facile pour trouver la formule de la ligne n .

La taille d'un nénuphar double chaque jour; au bout de 40 jours, un étang est entièrement recouvert. Après combien de jours l'étang était-il recouvert à moitié?

Calculer la limite de chacune des suites suivantes

Réponse sur le questionnaire pour la limite, explications éventuelles sur feuille d'examen.

$$(1) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{500n} =$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + \frac{1}{n^2} =$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{(1,2)^n} =$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3n^2}{n+1} =$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n-1)^3}{n^3-1} =$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(n) =$$

$$(7) \lim_{n \rightarrow +\infty} -n + 1 + \sqrt{n^2 + 1} =$$

$$(8) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^2+1}} =$$
