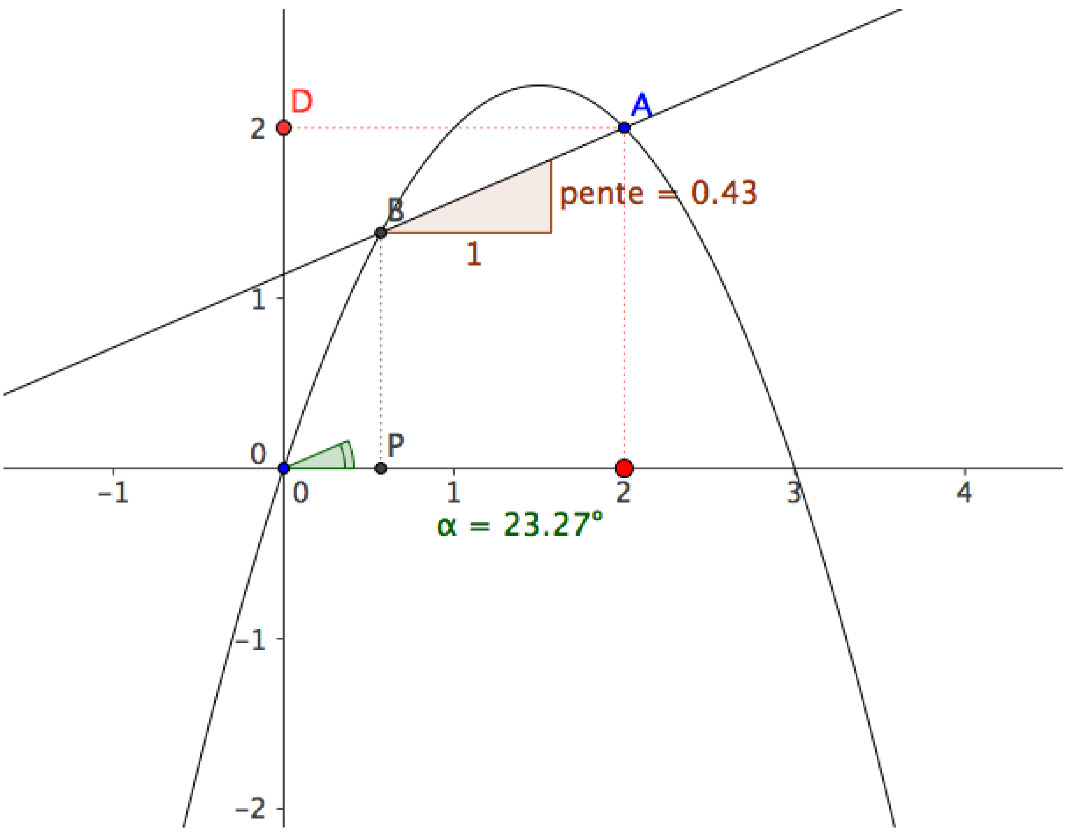
Une introduction à la dérivée avec Géogébra

Quand la sécante devient tangente ...

Télécharger le fichier ***pente-tangente.ggb***.
On donne le graphique de $f(x) = -x^2 + 3x$ sur lequel on a fixé le point $A(2, 2)$.
Un autre point B initialement en $(0, 0)$ se rapproche du point A au moyen d'un curseur k.
On s'intéresse à la sécante AB et plus particulièrement à sa pente ; celle-ci est calculée en permanence, de même que l'angle formé par la sécante AB et l'axe des abscisses.



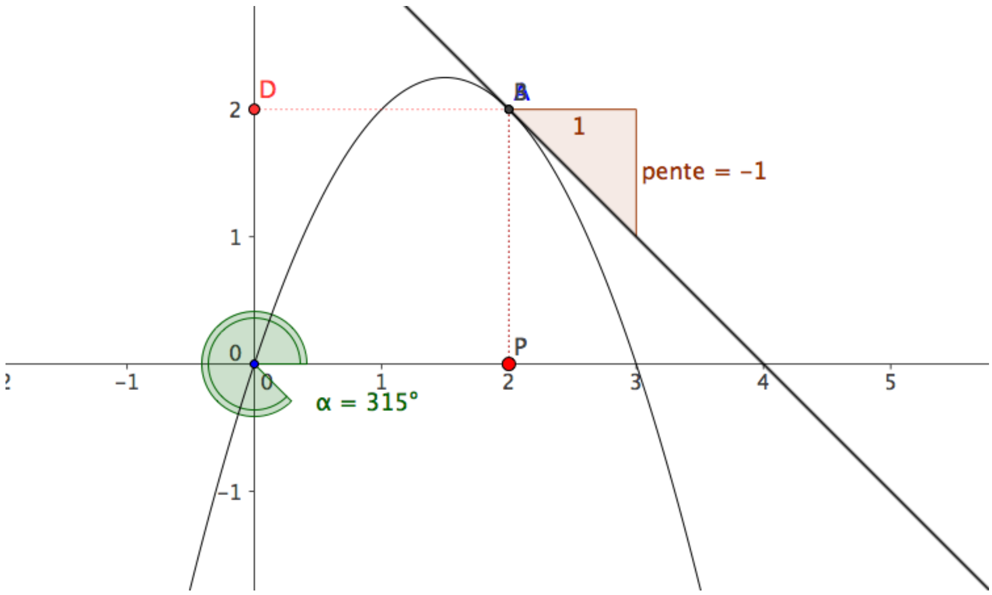
Pour rappel, la pente d'une droite est le rapport entre la différence des ordonnées et celle des abscisses de 2 points distincts de cette droite.
Soit $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, alors

$$\text{pente de la droite } AB = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ noté aussi } \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \tan \alpha$$

Si les 2 points sont tels que la différence de leurs abscisses vaut 1, on voit aisément que la pente est la différence de leurs ordonnées, ce qui est utilisé sur le graphique de Géogébra.

$$\Delta X = 1 \Longleftrightarrow \text{ pente } = \Delta Y$$

Lorsque le point B est "sur le point A", la *sécante* est devenue la *tangente* au graphique de $f(x)$ au point d'abscisse $x = 2$.



La pente de cette tangente est appelée
nombre dérivé de la fonction f(x) au point d'abscisse 2, noté $f'(2)$.

Dans l'exemple ci-dessus, on a $f'(2) = -1$

Quand la courbe devient droite ...

Télécharger le fichier ***intro-derivee.ggb***.
On donne le graphique de la fonction $f(x) = -x^2 + 3x$ sur lequel on a fixé les points

$A(2,2) \quad B\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right) \quad C\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$ B étant le sommet de la parabole.

Activer l'affichage du quadrillage, puis, successivement pour ces 3 points,

- faire un zoom suffisamment important jusqu'à ce que la courbe devient une droite
- calculer la pente de cette droite par lecture du quadrillage (ces points ont été choisis pour que la lecture soit aisée)

On trouve les résultats suivants :

- en A : droite de pente $-1 \rightarrow f'(2) = -1$
- en B : droite de pente $0 \rightarrow f'(1,5) = 0$
- en C : droite de pente $2 \rightarrow f'(0,5) = 2$

x abscisse du point	y pente de la tangente au graphique au pt d'abscisse x
2	-1
0,5	2
1,5	0

Si on représente ces 3 points sur un graphique, on constate qu'ils sont alignés, et sont donc sur le graphique d'une fonction du premier degré.

On calcule assez aisément que cette fonction a pour expression analytique $y = -2x + 3$.

La fonction *"pente(x)"* est appelée ***fonction dérivée de*** $f(x)$ et est notée ***f'(x)***

Dans ce contexte, on écrira

$$\boxed{(-x^2 + 3x)' = -2x + 3}$$