# Suites

## Exercice 2 p 129

③ $u_n = 1 + \dfrac{1}{n-1} = \dfrac{n+2}{n+1}$ (≈ fonction homographique...)

a) $(u_n) \equiv 2 ; \frac{3}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{5}{4} ; \frac{6}{5} ; \frac{7}{6} ; \frac{8}{7} , \dots$

c) $u_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{n+2} = 1 + \dfrac{1}{\dfrac{1}{u_n - 1} + 1} = \dfrac{2u_n - 1}{u_n}$

$$(u_n) \equiv \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n - 1}{u_n} \end{cases}$$

d) $u_{50} = \dfrac{52}{51}$

④ $u_n = \dfrac{1}{2} n^2$

a) $(u_n) \equiv 0 ; \frac{1}{2} ; 2 ; \frac{9}{2} ; 8 ; \frac{25}{2} ; \dots$

(≈ fonction du 2nd degré...)

c) $u_{n+1} = u_n + n + \dfrac{1}{2}$

$$(u_n) \equiv \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n + \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

## Exercice 3 p 129

② $0 ; 1 ; \frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; \frac{3}{5} ; \frac{5}{8} ; \frac{8}{13} ; \frac{13}{21} ; \dots$

③ $-\frac{1}{2} ; 2 ; \frac{9}{2} ; 7 ; \frac{19}{2} ; 12 ; \dots$

④ $8 ; -4 ; 2 ; -1 ; \frac{1}{2} ; -\frac{1}{4} , \dots$

⑤ $0 ; 3 ; 3 ; 0 ; 3 ; -3 ; 0 ; -3 ; -3 ; 0 ; \dots$

⑥ $2 ; -4 ; -2 ; \frac{1}{2} ; -\frac{1}{4} ; -\frac{1}{2} ; 2 ; -4 ; -2 ; \dots$

## Exercice 4 p 129

① $u_1 = 2 ; \quad u_{n+1} = u_n + 5n$

② $u_1 = 1 ; \quad u_{n+1} = u_n + (-2)^n$

## Exercice 5 p 130

① a) $1; 4; 7; 10; 13; 16; 19; \dots$

b) $u_1 = 1$ ; $u_{n+1} = u_n + 3$

c) $u_n = 1 + 3(n-1) = 3n - 2$

③ a) $17; 13; 9; 5; 1; -3; -7; -11; \dots$

b) $u_1 = 17$ ; $u_{n+1} = u_n - 4$

c) $u_n = 17 - 4(n-1) = 21 - 4n$

## Exercice 6 p 130

4) $n = 16$

5) $t_7 = 21$ ; $r = 3$

6) $r = 3$ ; $t_{50} = 149$ ; $S_{50} = 3775$

7) $t_n = 7 - 4(n-1) = 11 - 4n$

$S_n = -221 = \frac{n}{2}(t_1 + t_n) = \frac{n}{2}(18 - 4n)$

$2n^2 - 9n - 221 = 0 \iff n = 13$ ou $n = -8{,}5$ (à rejeter)

## Exercice 7 p 130

2) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

4) $t_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$ $\quad S_n = n^2$

## Exercice 12 p131

1/ a) $3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ; \dots$ raison $= 2$

b) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2 u_n \end{cases}$

c) $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

2/ a) $-1 ; 2 ; -4 ; 8 ; -16 ; \dots$ raison $= -2$

b) $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -2 u_n \end{cases}$

c) $u_n = -(-2)^{n-1}$

3/ a) $24 ; 12 ; 6 ; 3 ; \frac{3}{2} ; \frac{3}{4} \dots$ raison $= \frac{1}{2}$

b) $\begin{cases} u_1 = 24 \\ u_{n+1} = \dfrac{24}{2^{n-1}} = \dfrac{3}{2^{n-4}} \end{cases}$

## Exercice 13 p131

1) $t_5 = \frac{-1}{128}$ $\quad S_5 = -\frac{1023}{384} = \frac{-341}{128}$

2) $t_1 = 6$

3) $q = 2$ $\quad t_1 = \frac{9}{2}$ $\quad S_7 = \frac{1143}{2}$

4) $n = 16$

5) $t_1 = 3$

6) $S_n = 3{,}5 \, \frac{1-2^n}{1-2} = 3{,}5\,(2^n - 1) = 220{,}5 \Leftrightarrow 2^n = 64 \Leftrightarrow n = 6$

7) $q = \frac{1}{2}$ $\quad t_{10} = \frac{1}{128}$ $\quad S_{10} = \frac{1023}{128}$

## Exercice 14 p 131

1) Somme de puissances de 2

$u_1 = 1$
$u_2 = 2$
$u_3 = 4$
$\vdots$
$u_n = 2^{n-1}$

$* \ 512 = 2^9 = 2^{n-1} \rightarrow n = 10$

$* \ q = 2$

$* \ S_{10} = 1 \cdot \dfrac{1-2^{10}}{1-2} = 1023$

2) $u_1 = 1$

$u_2 = \dfrac{-1}{2} = (-1)^1 \cdot \dfrac{1}{2^1}$

$u_3 = \dfrac{1}{4} = (-1)^2 \cdot \dfrac{1}{2^2}$

$u_4 = \dfrac{-1}{8} = (-1)^3 \cdot \dfrac{1}{2^3}$

$\vdots$

$u_n = (-1)^{n-1} \cdot \dfrac{1}{2^{n-1}}$

$* \ 128 = 2^7$

$\dfrac{-1}{128} = (-1)^7 \cdot \dfrac{1}{2^7} = (-1)^{n-1} \cdot \dfrac{1}{2^{n-1}}$

$\Rightarrow n = 8$

$* \ q = \dfrac{-1}{2}$

$* \ S_8 = 1 \cdot \dfrac{1-\left(\frac{-1}{2}\right)^8}{1+\frac{1}{2}} = \dfrac{85}{128}$

## Exercice 15 p. 131

$$\left.\begin{array}{l} -5 \\ a \\ -45 \end{array}\right. \begin{array}{l} \rfloor \times q \\ \rfloor \times q \end{array} \Bigg) \times q^2$$

$-45 = -5 \cdot q^2$
$q^2 = 9$
$q = \pm 3$

$a = -5 \cdot q$
$a = -5(\pm 3) = \pm 15$

# Limites de suites

## Exercice 16 p 132

1) $0,99 < u_n < 1,01 \Leftrightarrow n > 100$

$0,9999 < u_n < 1,0001 \Leftrightarrow n > 10000$

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$$

2) $0 < u_n < 0,01 \Leftrightarrow n > 200$

$0 < u_n < 0,0001 \Leftrightarrow n > 20000$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{2n+1}{n^2} = 0$$

3) $2,99 < u_n < 3,01 \Leftrightarrow n > 10$

$2,9999 < u_n < 3,0001 \Leftrightarrow n > 100$

$$\lim_{n \to +\infty} 3 - \frac{1}{n^2} = 3$$

## Exercice 17 p 132

1) $\lim_{n \to +\infty} \sqrt{n} = +\infty$ (la suite diverge)

2) $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{10} = 1$

3) $\lim_{n \to +\infty} \frac{2}{2^n} = 0$

4) $\lim_{n \to +\infty} \frac{(-1)^n . n}{n+1}$ n'existe pas $\begin{cases} \text{la suite des termes de rang pair} \to 1 \\ \text{.. .. .. .. impair} \to -1 \end{cases}$

5) $\lim_{n \to +\infty} 3 + 2(n-1) = +\infty$ (la suite diverge)

6) $\lim_{n \to +\infty} 4 + \frac{(-1)^n}{n^2} = 4$

## Exercice 18 p 132

1) suite géométrique avec $t_1 = \sqrt{3}$, $q = \frac{1}{3}$

$$S_n = \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} S_n = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

2) suite géométrique avec $t_1 = 6$, $q = \frac{2}{3}$

$$S_n = 18\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right) \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} S_n = 18$$

3) suite géométrique avec $t_1 = 27$, $q = \frac{-1}{3}$

$$S_n = \frac{81}{4}\left(1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right) \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} S_n = \frac{81}{4}$$

## Exercice 19 p 133

C'est la somme de $n$ termes d'une suite géométrique dont le premier terme est 0,1 et la raison est 0,1

1) $$S_n = 0{,}1 \, \frac{1-(0{,}1)^n}{1-0{,}1} = \frac{1}{9}\left(1-(0{,}1)^n\right)$$

2) $$\lim_{n \to +\infty} S_n = \frac{1}{9}$$

# Exercice 42 p 136

## 1) côtés des triangles

a) $C_1 = 5$

$C_2 = 5 \cdot \frac{1}{2}$ $\times \frac{1}{2}$

$C_3 = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 5 \cdot \frac{1}{2^2}$ $\times \frac{1}{2}$

$\vdots$

b) $C_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ; suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de 1er terme 5

c) $S_n = 5 \cdot \dfrac{\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{2}} = 10\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$

d) $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = 10$

## 2) aire des triangles.

a) $a_1 = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot C_1 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot C_1^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1}{2} \frac{C_1}{2}\right) \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\times \frac{1}{4}$ $\times \frac{1}{8}$

$a_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1}{4} \cdot \frac{C_1}{4}\right) \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1^2}{16} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\times \frac{1}{4}$

$\vdots$

$a_n = \frac{1}{2} \dfrac{C_1^2}{4^{n-1}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a_1}{4^{n-1}}$

b) suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et de 1er terme $\frac{1}{2} \cdot 5^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

c) $S_n = \dfrac{25 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} = \dfrac{25\sqrt{3}}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$

d) $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = \dfrac{25\sqrt{3}}{3}$