QUESTION 1

Par une *formule de récurrence* ou par son *terme général*; il y a suffisamment d'exemples dans le livre et dans les notes.

QUESTION 2

(1) $u_{100} = \dfrac{201}{100} = 2,01$; $u_{1000} = \dfrac{2001}{1000} = 2,001$; $u_{10000} = \dfrac{20001}{10000} = 2,0001$

(2)

$$\begin{aligned} \frac{2n+1}{n} &< 2,000005 \\ 2n+1 &< 2,000005n \\ 2n - 2,000005n + 1 &< 0 \\ -0,000005n + 1 &< 0 \\ -0,000005n &< -1 \\ n &> \frac{-1}{-0,000005} \\ n &> 200000 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} \frac{2n+1}{n} &< 2 \\ 2n+1 &< 2n \\ 2n - 2n + 1 &< 0 \\ 1 &< 0 \rightarrow \text{ impossible !} \end{aligned}$$

(4) u_n est aussi proche que l'on veut de 2, tout en étant supérieur à 2, et sans jamais atteindre 2, et ce à condition de prendre n suffisamment grand.
Aussi : la suite est strictement décroissante, et la fonction associée admet une asymptote horizontale d'équation $AH \equiv y = 2$.

QUESTION 3

Il s'agit de la somme de n termes d'une suite arithmétique de raison $r = 2$ et $t_n = 121$.

$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)r \\ 121 &= 5 + (n-1)2 \\ n &= 59 \end{aligned}$$

$S_{59} = \dfrac{59(5+121)}{2} = 3717$

QUESTION 4

(1) $r = \dfrac{u_{30} - u_7}{30 - 7} = \dfrac{-400}{23} = -17,391...$

(2)

$$\begin{aligned} u_7 &= u_1 + 6\Big(\frac{-400}{23}\Big) \\ 500 &= u_1 + 6\Big(\frac{-400}{23}\Big) \\ u_1 &= 500 - 6\Big(\frac{-400}{23}\Big) = \frac{13900}{23} = 604,347... \end{aligned}$$

QUESTION 5

Il s'agit bien de 3 termes consécutifs d'une suite arithmétique :

(1) En calculant la raison : $\dfrac{2921}{108} - \dfrac{8}{27} = \dfrac{107}{4} = \dfrac{23240}{432} - \dfrac{2921}{108}$

(2) Par la moyenne arithmétique des 2 termes encadrant : $\dfrac{\dfrac{8}{27} + \dfrac{23240}{432}}{2} = \dfrac{2921}{108}$

QUESTION 6

(1) $r = 3$ (facile...)

(2) $t_{50} = 2 + (50 - 1)3 = 149$

(3) $S_{50} = \dfrac{50(2 + 149)}{2} = 3775$

QUESTION 7

Le nombre de boîtes par rangée est une suite arithmétique de premier terme égal à 1 et de raison égale à 2 (1, 3, 5, ...).

(1) $t_{12} = t_1 + (12-1)2 = 1 + 22 = 23$

(2) nb boîtes$=$ $S_{12} = \dfrac{12(1+23)}{2} = 144$

(3) il faut calculer n pour que $S_n = 800$

- $t_n = t_1 + (n-1)r = 1 + (n-1)2 = -1 + 2n$
- $S_n = \dfrac{n(t_1 + t_n)}{2} = \dfrac{n(1 + (2n-1))}{2} = n^2$
- $S_n = 800 \Leftrightarrow n^2 = 800 \Leftrightarrow n = -\sqrt{800}$ ou $n = \sqrt{800}$ à rejeter car $n \notin \mathbb{N}$

(4) même raisonnement que pour la question précédente :
$S_n = 1600 \Leftrightarrow n^2 = 1600 \Rightarrow n = 40$
On peut donc utiliser les 1600 boîtes.
hauteur totale : $40(10,5) = 420\,cm = 4,2\,m$